GetDDM

Décomposition de Domaines pour les Ondes

Bertrand Thierry

GdR Ondes - 3 Juin 2019

CNRS - Laboratoire Jacques-Louis Lions

Décomposition de Domaines

Décomposition de Domaines (DDM)

Problèmes Majeurs en Numérique

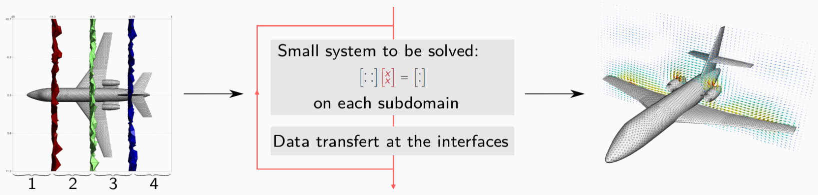
- ✖ Solution ondulatoire : Maillage Fin ($h \simeq \lambda/10$)
- ✖ Haute Fréquence ($\lambda \ll L$) : Solveur direct *kaputt*
- ✖ Opérateur Indéfini : Solveur itératif *à la traine*

Décomposition de Domaines (DDM)

Problèmes Majeurs en Numérique

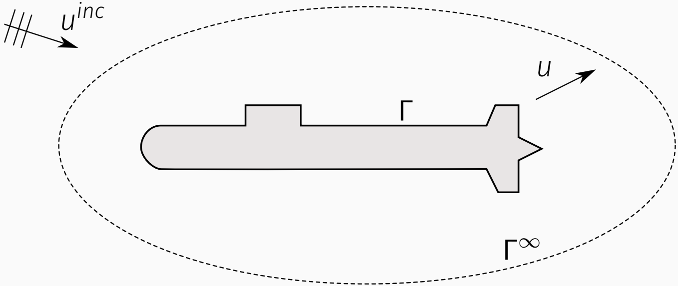
- ✖ **Solution ondulatoire** : Maillage Fin ($h \simeq \lambda/10$)
- ✖ **Haute Fréquence** ($\lambda \ll L$) : Solveur direct *kaputt*
- ✖ **Opérateur Indéfini** : Solveur itératif *à la traine*

Méthode Hybride : Décomposition de Domaines



Mesh decomposition *Iterative algorithm* *Result*

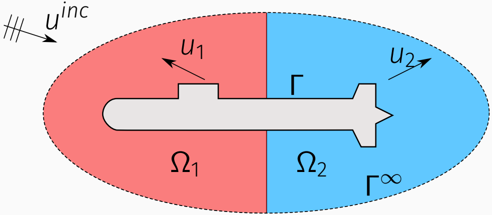
Cas de l'équation de Helmholtz



Approche MEF :

$$\begin{cases} \Delta u + k^2 u & = & 0 & (\Omega) \\ u & = & u^{inc} & BC(\Gamma) \\ \partial_{\mathbf{n}} u - \imath k u & = & 0 & ABC(\Gamma^\infty) \end{cases}$$

Cas de l'équation de Helmholtz

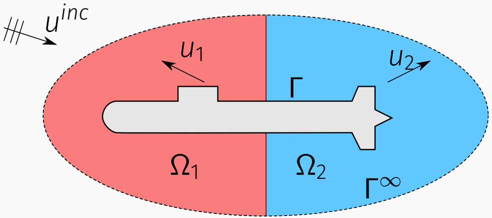


$$\left\{\begin{array}{rl} Helmholtz & (\Omega_1) \\ BC & (\Gamma \cap \partial\Omega_1) \\ ABC & (\Gamma^\infty \cap \partial\Omega_1) \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{rl} Helmholtz & (\Omega_2) \\ BC & (\Gamma \cap \partial\Omega_2) \\ ABC & (\Gamma^\infty \cap \partial\Omega_2) \end{array}\right.$$

$$+$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} u_1 & = & u_2 \\ \partial_{n_1} u_1 & = & -\partial_{n_2} u_2 \end{array}\right.$$

Cas de l'équation de Helmholtz



$$\left\{\begin{array}{rl} \textit{Helmholtz} & (\Omega_1) \\ \textit{BC} & (\Gamma \cap \partial\Omega_1) \\ \textit{ABC} & (\Gamma^\infty \cap \partial\Omega_1) \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{rl} \textit{Helmholtz} & (\Omega_2) \\ \textit{BC} & (\Gamma \cap \partial\Omega_2) \\ \textit{ABC} & (\Gamma^\infty \cap \partial\Omega_2) \end{array}\right.$$

$$+ \qquad\qquad +$$

$$(\partial_{n_1} + \mathcal{S})u_1 = (\partial_{n_1} + \mathcal{S})u_2 \qquad (\partial_{n_2} + \mathcal{S})u_2 = (\partial_{n_2} + \mathcal{S})u_1$$

$\mathcal{S}$ = Opérateur Tangentiel de Transmission (*e.g.* $\mathcal{S}u = -\imath k u$)

Systèmes couplés

u_1	u_2
$\begin{cases} Helmholtz & (\Omega_1) \\ BC & (\Gamma \cap \partial\Omega_1) \\ ABC & (\Gamma^\infty \cap \partial\Omega_1) \\ (\partial_{n_1} + \mathcal{S})u_1 & = (\partial_{n_1} + \mathcal{S})u_2 \end{cases}$	$\begin{cases} Helmholtz & (\Omega_2) \\ BC & (\Gamma \cap \partial\Omega_2) \\ ABC & (\Gamma^\infty \cap \partial\Omega_2) \\ (\partial_{n_2} + \mathcal{S})u_2 & = (\partial_{n_2} + \mathcal{S})u_1 \end{cases}$

Algorithme Itératif : Inconnues de Volume

Tant que $\|u^{n+1} - u^{n}\|_{L^2(\text{volume})} > \varepsilon$, résoudre en parallèle

$u_1^{\mathbf{n+1}}$	$u_2^{\mathbf{n+1}}$
$\begin{cases} Helmholtz & (\Omega_1) \\ BC & (\Gamma \cap \partial\Omega_1) \\ ABC & (\Gamma^\infty \cap \partial\Omega_1) \\ (\partial_{n_1} + \mathcal{S})u_1^{\mathbf{n+1}} = (\partial_{n_1} + \mathcal{S})u_2^{\mathbf{n}} \end{cases}$	$\begin{cases} Helmholtz & (\Omega_2) \\ BC & (\Gamma \cap \partial\Omega_2) \\ ABC & (\Gamma^\infty \cap \partial\Omega_2) \\ (\partial_{n_2} + \mathcal{S})u_2^{\mathbf{n+1}} = (\partial_{n_2} + \mathcal{S})u_1^{\mathbf{n}} \end{cases}$

Algorithme Itératif : Inconnues de Surface

Tant que $\|g^{n+1} - g^n\|_{L^2(\text{bord})} > \varepsilon$, résoudre en parallèle

u_1^{n+1}	u_2^{n+1}
$\begin{cases} Helmholtz & (\Omega_1) \\ BC & (\Gamma \cap \partial\Omega_1) \\ ABC & (\Gamma^\infty \cap \partial\Omega_1) \\ (\partial_{n_1} + \mathcal{S})u_1^{n+1} = g_2^n & \end{cases}$	$\begin{cases} Helmholtz & (\Omega_2) \\ BC & (\Gamma \cap \partial\Omega_2) \\ ABC & (\Gamma^\infty \cap \partial\Omega_2) \\ (\partial_{n_2} + \mathcal{S})u_2^{n+1} = g_1^n & \end{cases}$
$\begin{aligned} g_1^{n+1} &= (\partial_{n_2} + \mathcal{S})u_1^{n+1} \\ &= -g_2^n + 2\mathcal{S}u_1^{n+1} \end{aligned}$	$\begin{aligned} g_2^{n+1} &= (\partial_{n_1} + \mathcal{S})u_2^{n+1} \\ &= -g_1^n + 2\mathcal{S}u_2^{n+1} \end{aligned}$

Algorithme Itératif : Inconnues de Surface

Tant que $\|g^{n+1} - g^n\|_{L^2(\text{bord})} > \varepsilon$, résoudre en parallèle

u_1^{n+1}	u_2^{n+1}
$\begin{cases} Helmholtz & (\Omega_1) \\ BC & (\Gamma \cap \partial\Omega_1) \\ ABC & (\Gamma^\infty \cap \partial\Omega_1) \\ (\partial_{n_1} + \mathcal{S})u_1^{n+1} = g_2^n & \end{cases}$	$\begin{cases} Helmholtz & (\Omega_2) \\ BC & (\Gamma \cap \partial\Omega_2) \\ ABC & (\Gamma^\infty \cap \partial\Omega_2) \\ (\partial_{n_2} + \mathcal{S})u_2^{n+1} = g_1^n & \end{cases}$
$\begin{aligned} g_1^{n+1} &= (\partial_{n_2} + \mathcal{S})u_1^{n+1} \\ &= -g_2^n + 2\mathcal{S}u_1^{n+1} \end{aligned}$	$\begin{aligned} g_2^{n+1} &= (\partial_{n_1} + \mathcal{S})u_2^{n+1} \\ &= -g_1^n + 2\mathcal{S}u_2^{n+1} \end{aligned}$

- Point fixe sur $g := \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix}$: $(\mathcal{I} - \mathcal{A})g = b$
- Accélération par Krylov (GMRES)

Un mot sur $\mathcal{S}$

1. $\mathcal{S} = -\,\mathrm{DtN} \implies$ Convergence en 2 itérations
2. $\mathcal{S} =$ (*souvent*) Approx. locale du DtN non local demi plan

$$\mathcal{S}u \simeq \left[-\imath k\sqrt{1+\frac{\Delta_\Sigma}{k^2}}\right] u$$

3. Exemples de $\mathcal{S}$ locaux (ou différentiels)

Dénomination	$\mathcal{S}u$
Ordre 0	$-\imath k u$
Opt. Ordre 0	au
Opt. Ordre 2	$au + b\Delta_\Sigma u$
Padé + ...	$\sum(\dots)u$

GetDDM

Contextes

Contexte Historique

- Début : 2012
- Codes DDM : offre restreinte
  - PETSc (algèb.)
  - HPDDM (à lier + en cours de dév. à l'époque)

Contexte Logiciel

- GetDP : Assembleur FEM "local"
- Codé avec PETSc: accès aux solveurs (//) directs et itératifs
- Langage script proche des maths / FV :

```
Galerkin { [ - Dof{Grad u} , {Grad v} ];
  In Omega; Jacobian JVol; Integration I1; }
Galerkin { [ k * k * Dof{u} , {v} ];
  In Omega; Jacobian JVol; Integration I1; }
```

→ Passage sur cluster *direct* (modulo compilation)

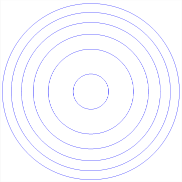
GetDDM

Résumé

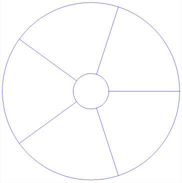
- $\mathcal{S}$ Centré sur les conditions de transmissions
- P^{-1} Préconditionnement possible (Sweeping)
- Parallélisme *automatique* pour l'utilisatrice/teur
- Hérite du langage script de GetDP
- Nombreuses géométries (simples) + Scripts *prêts à l'emploi* (Helmholtz / Maxwell)
- GUI via GMSH
- Binaires téléchargeables (Mac / Linux / Windows)[1]

[1] `http://onelab.info/`

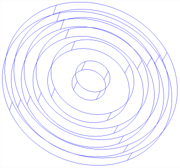
Géométries



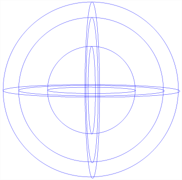
circle_concentric



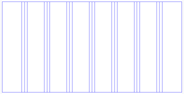
circle_pie



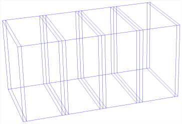
cylinder_concentric



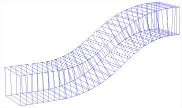
sphere_concentric



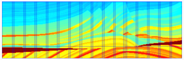
waveguide2d



waveguide3d



cobra

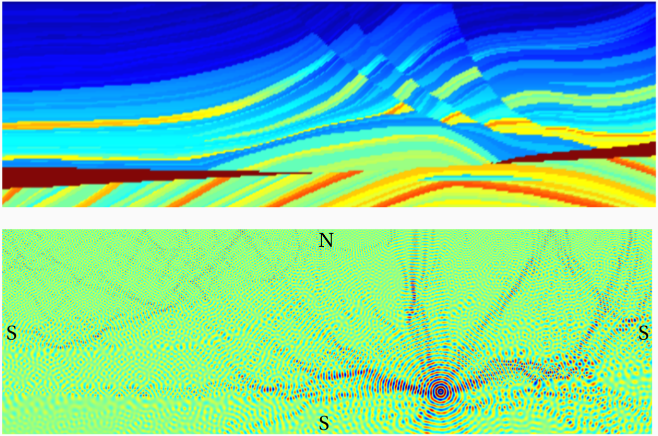


marmousi

http://onelab.info/wiki/GetDDM

Exemples

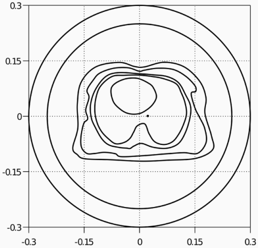
Marmousi



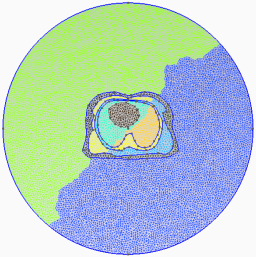
Profile de vélocité (haut) et Champ de Pression (bas)

Dimensions	9192m $\times$ 2904m	Fréquence	700Hz ($\simeq 4000\lambda$)
Nb. Inconnues	> 2.3 milliards	Préc.	*Sweeping*
Nb. Domaines	358	Nb. CPUs	4296

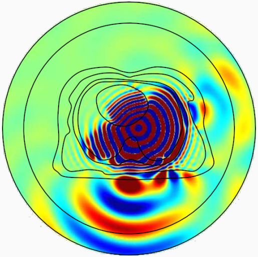
Corps humain[2]



Modèle



Mesh + Decomp.



Résultat

[1] Stage de M2 de X. ADRIAENS au GeePS (*directeurs : A. Kameni et L. Pichon*)

⚠ Test en Direct ⚠

Si ça ne fonctionne pas (risque élevé) :

http://onelab.info/

Merci pour votre attention !

http://onelab.info